

## SOLUCIONES. FASE REGIONAL

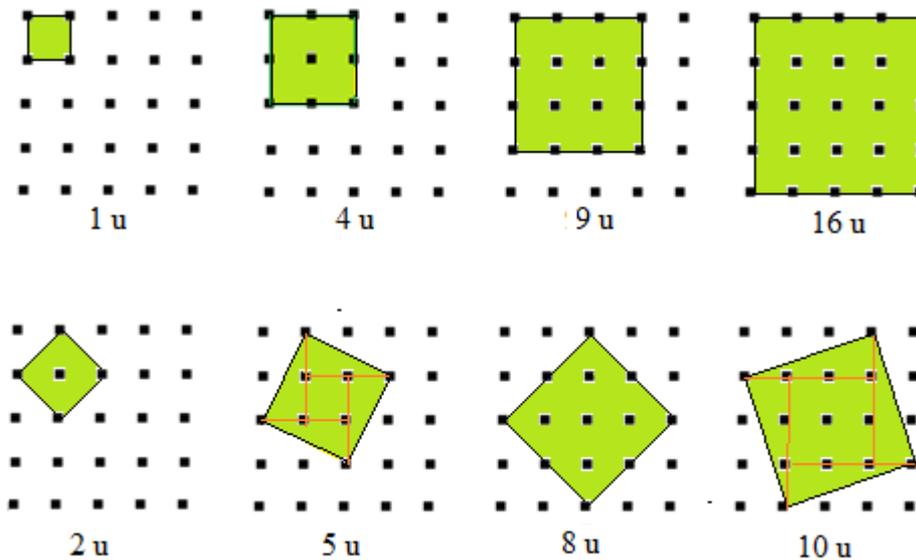
### PROBLEMA 1

- a) Como las dimensiones interiores son 8 m menos que las exteriores, la superficie será:  $14,6 \times 11,55 = 168,63 \text{ m}^2$ .
- b) A la altura total (30 m) le quitamos 24 m de las 3 plantas. Como hay 3 techos, a cada uno de ellos le corresponde un grosor de 2 m.
- c) Volumen del muro de la torre =  $(22,6 \times 19,55 - 14,6 \times 11,55) \times 30 = 8196 \text{ m}^3$

### PROBLEMA 2

#### Apartado A

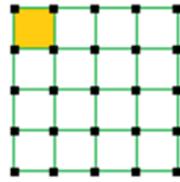
- a) y b)



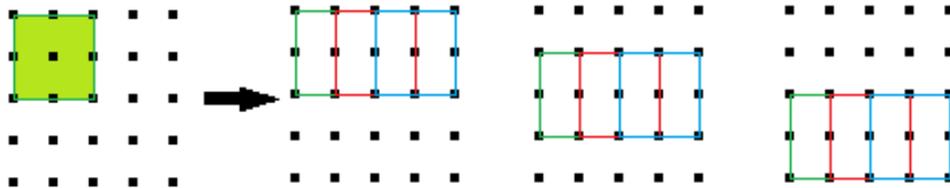
- c)

Si el área del cuadrado es	Podemos obtener:
1 unidad	16 cuadrados
4 unidades	9 cuadrados
9 unidades	4 cuadrados
16 unidades	1 cuadrados
2 unidades	9 cuadrados
5 unidades	8 cuadrados
8 unidades	1 cuadrados
10 unidades	2 cuadrados

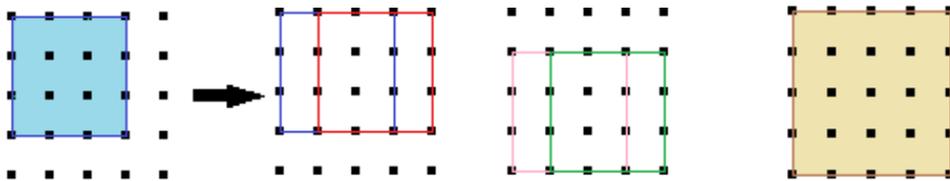
**Comprobación:**



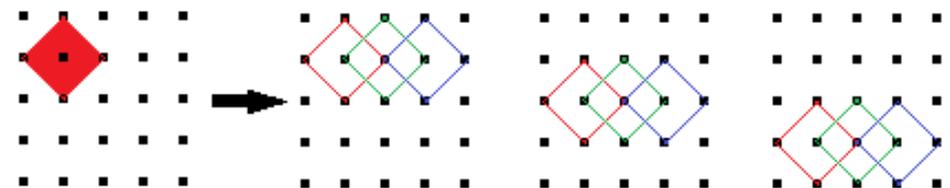
Si la superficie es de 1 unidad, podemos dibujar 16 cuadrados.



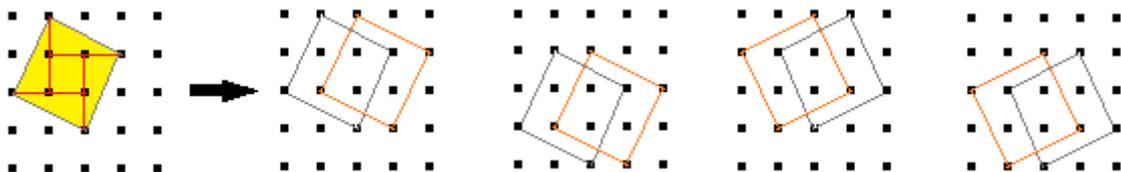
Si la superficie es de 4 unidades, podemos dibujar 9 cuadrados.



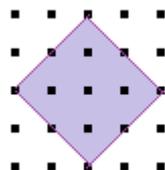
Si la superficie es de 9 unidades, podemos dibujar 4 cuadrados y solamente 1 de 16 unidades.



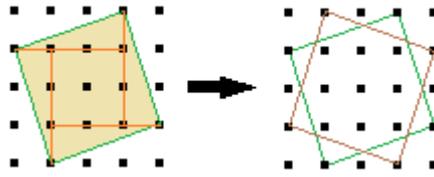
Si la superficie es de 2 unidades, podemos dibujar 9 cuadrados.



Si la superficie es de 5 unidades, podemos dibujar 8 cuadrados.

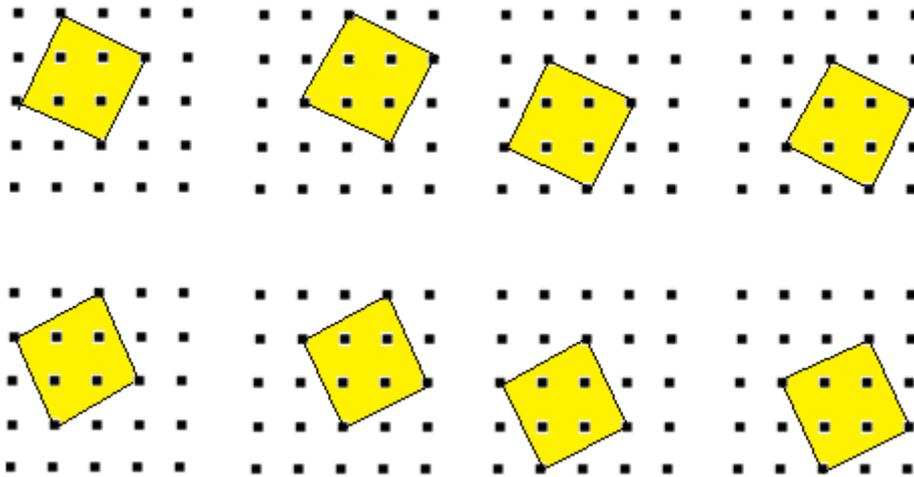


Si la superficie es de 8 unidades, podemos dibujar 1 solo cuadrado.



Si la superficie es de 10 unidades, podemos dibujar 2 cuadrados.  
 En total se pueden dibujar 50 cuadrados.

d)



### Apartado B

a)

Polígonos	N.º puntos en el	N.º de puntos en	Superficie
<b>a</b>	4	0	1
<b>b</b>	4	0	1
<b>c</b>	5	0	1,5
<b>d</b>	6	0	2
<b>e</b>	7	0	2,5
<b>f</b>	6	1	3
<b>g</b>	8	1	4
<b>h</b>	8	1	4
<b>i</b>	8	1	4
<b>j</b>	6	2	4
<b>k</b>	9	2	5,5
<b>l</b>	10	2	6
<b>m</b>	11	2	6,5
<b>n</b>	12	7	12
<b>ñ</b>	16	5	12
<b>o</b>	18	4	12

**b)**

- Sí. Ejemplos: los polígonos a y b con 4 puntos en el contorno, ninguno en el interior y una unidad de superficie. Los polígonos g, h, i con 8 puntos en el contorno, 1 en el interior y 4 unidades de superficie.
- Debe ser un número par, según se puede ver en la tabla.
- La fórmula ((*Fórmula de Pick*) sería:

$$A = c/2 + d - 1$$

La superficie se halla calculando la mitad de los puntos del contorno, sumándole los puntos del interior y restando una unidad al total.

c) Como la condición para que el área sea un número entero es que  $c$  sea par, en el caso de un paralelogramo esto está garantizado ya que al tener sus lados paralelos dos a dos el número de puntos del contorno será siempre el doble del que haya entre los dos lados no paralelos y por tanto un número par.

### **PROBLEMA 3**

#### **Apartado A**

- a) Les gusta estrictamente más el zumo A en cristal que el mismo zumo en tetrabrik a 19 de las 25 personas encuestadas, o sea un 76%.
- b) Les gusta estrictamente más el zumo B en cristal que el zumo B en tetrabrik a 14 de las 25 personas encuestadas, o sea un 56%.

#### **Apartado B**

- a) La puntuación media oscilaría entre 0 y 4 puntos.  
La puntuación media correspondiente al zumo A independiente del envase es 2,72 puntos.  
La puntuación media correspondiente al zumo B independiente del envase es 2,3 puntos.  
Por tanto, en general el zumo A es mejor aceptado, o gusta más, que el B, en término medio.
- b) Podría envasar en cristal el zumo A y seguir haciendo el B en tetrabrik.  
Razones:  
La preferencia por el zumo en cristal se da para los dos zumos, según las respuestas al apartado A, pero aún más para el zumo A que para el zumo B. Además el zumo A gusta a la gente más que el B, según la respuesta anterior. Luego, si el zumo que más gusta lo hacemos en el envase que más gusta, las ventas se supone que habrán de aumentar.

**PROBLEMA 4**

**Apartado A**

a)

$$\begin{array}{r} 99 \\ -27 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{r} 72 \\ +81 \\ \hline 153 \end{array}$$

**Resultado = 54**  
= 2759

$$\begin{array}{r} 9999 \\ -646 \\ \hline 9353 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9353 \\ +3405 \\ \hline 12758 \end{array}$$

**Resultado**

b) Si ponemos todo el minuendo formado por nueves, tenemos asegurado no tener que llevarnos, ya que en este caso las cifras del minuendo serán mayores que las del sustraendo.

En general, al número  $(A - B)$  se le va a sumar  $(10^n - 1)$  siendo  $n$  el número de cifras del minuendo (**A**), que es un número formado por nueves. Después, al resultado se le resta la potencia de 10 que se haya utilizado y se le suma 1.

$$A - B = [(10^n - 1) - B] + A - 10^n + 1$$

Esto explica la frase que poníamos en el ejemplo: “Ahora el 1 de la izquierda se pasa a la derecha y se le suma al 8” (estamos restando 1000 al resultado y sumándole 1).

**Apartado B**

a)

<u>COCIENTE</u>			<u>RESTO</u>	1.ª división
<b>c</b>	<b>d</b>	<b>u</b>		
1	3	3	7	
<b>1</b>	<b>3</b>	<b>3</b>		Cociente = 133 Resto = 7
<u>COCIENTE</u>			<u>RESTO</u>	2.ª división
	<b>d</b>	<b>u</b>		
	2	5	12	
	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	Cociente = 26 Resto = 3

<u>COCIENTE</u>			<u>RESTO</u>	3. <sup>a</sup> división
<b>c</b>	<b>d</b>	<b>u</b>		
1	4	9	16	
1	4	<b>10</b>	7	
<b>1</b>	<b>5</b>	<b>0</b>		Cociente 150 Resto = 7

b)

**b.1** R: Porque el resto de una división ha de ser menor que el divisor. Si sobran 12, podemos seguir 'repartiendo entre 9'.

**b.2** R: Porque cuando tenemos 10 o más unidades de un orden podemos 'agrupar' y cada 10 las transformamos en una unidad de orden superior, por ejemplo, 15 unidades son 1 decena y 5 unidades y la decena se la sumamos a las 7 que teníamos.

**b.3** R: Porque si dividimos 2 unidades de millar entre 10, el cociente es 2 centenas.

Pero hemos dividido entre 10, no entre 9, por lo que "hemos hecho una parte de más", o sea, hemos repartido 2 centenas de más, que nos sobran y que las sumamos a la otra centena que había en el dividendo.

Ahora tenemos 3 centenas para repartir. Dividiendo entre 10 resulta 3 decenas.

Pero, de nuevo, como en vez de repartir entre 9 repartimos entre 10, 'hacemos una parte de más', y esa parte son 3 decenas que sumamos en este caso a las 0 que teníamos en el dividendo. Y así sucesivamente.

c)

	<u>COCIENTE</u>			<u>RESTO</u>
<b>U</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>u</b>	
	9	11	12	15
	9	11	13	6
	9	12	3	6
	10	2	3	6
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>6</b>

**d)** Cuando el dividendo empieza por 9, el cociente será del mismo orden de unidades que el dividendo y la primera cifra es un 1 y la segunda un 0 (si la segunda cifra del dividendo no es otro 9). Podemos pues empezar poniendo un 1 en la cifra de orden de unidades del que sea el dividendo (en este caso las unidades de millar), un cero en la columna siguiente (en

este caso las centenas) y comenzar el algoritmo a partir de la cifra siguiente:

	<u>COCIENTE</u>				<u>RESTO</u>
<b>U</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>u</b>		
1	0	2	3	6	

Con otros números, por ejemplo, 9378 : 9

	<u>COCIENTE</u>				<u>RESTO</u>
<b>U</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>u</b>		
1	0	3	10	18	
1	0	3	12	0	
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	